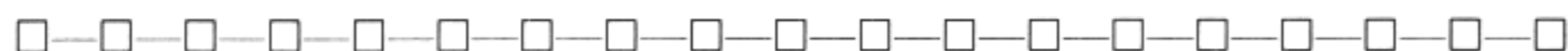


TENTAMEN COMPUTER GRAPHICS EN COMPUTATIONAL GEOMETRY

25 juni 2003, 13:00 uur



Het tentamen bestaat uit de onderstaande vier opgaven. Bij elk van de opgaven is het maximale aantal voor deze opgave te behalen punten vermeld. Je krijgt 10 punten gratis. Succes!

**Opgave 1 (20 pt.)**

Bij perspectiefprojectie met het projectiecentrum in het punt  $C = (0, 0, -d)$  ( $d > 0$ ) en het beeldvlak gegeven door  $z = 0$  wordt de projectie  $(x', y', z')$  van een punt  $(x, y, z)$  gegeven door

$$x' = \frac{dx}{z+d}, \quad y' = \frac{dy}{z+d}, \quad z' = 0$$

a. In homogene coördinaten wordt deze projectie voorgesteld door de matrix:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 1 \end{pmatrix}$$

Geef een afleiding van deze formule.

b. Zij  $T(d)$  de translatie in de positieve  $z$ -richting over een afstand  $d$ . Geef de bijbehorende transformatiematrix (in homogene coördinaten).

c. Zij nu  $S$  de volgende samengestelde transformatie:

1. transleer de oorsprong naar het punt  $C$ ;
2. projecteer vervolgens perspectivisch vanuit het punt  $C$  zoals boven aangegeven;
3. transleer tenslotte  $C$  terug naar de oorsprong.

Geef de  $(4 \times 4)$  matrix  $S$  die deze transformatie  $S$  beschrijft. Welke 3D transformatie  $x \mapsto x', y \mapsto y', z \mapsto z'$  correspondeert hiermee? Geef een meetkundige interpretatie van het resultaat.

**Opgave 2 (25 pt.)**

Methoden voor de beschrijving van oppervlakken in de computergrafiek kan men onderscheiden aan de hand van de gebruikte *voorstellingen* van de oppervlakken, bv.: (1) polygonale representaties; (2) spline representaties; (3) constructieve ruimtelijke meetkunde (constructive solid geometry).

a. Geef het principe en een voorbeeld voor elk van deze methoden.

b. Nog een andere methode is de zgn. *procedurele* beschrijving. Dit kan o.m. met behulp van fractalen. Beschrijf een procedure om uitgaande van een enkel polygon een *fractaal landschap* te genereren. Geef aan via welke parameter men de gewenste mate van ruwheid van het uiteindelijke landschap kan regelen.

c. Geef een (informele) definitie van de fractale dimensie van een fractaal landschap. Hoe kan men deze dimensie experimenteel bepalen uit digitale plaatjes van zo'n landschap?

**Opgave 3 (20 pt.)**

Gegeven zijn  $n$  punten in het vlak, gesorteerd volgens opklimmende  $x$ -coördinaat. Geen enkel tweetal punten ligt op een verticale lijn; geen enkel drietal punten ligt op dezelfde lijn.

Ontwerp een algoritme dat in  $O(n)$  tijd een  $x$ -monotone enkelvoudige veelhoek (Engels: *simple polygon*) berekent dat deze punten als hoekpunten heeft (en geen andere).

**Opgave 4 (25 pt.)**

Gegeven zijn  $n$  driehoeken in het platte vlak. Ontwerp een algoritme dat in  $O(n)$  *randomized expected time* een punt bepaalt dat in alle driehoeken ligt, of vaststelt dat zo'n punt niet bestaat.